SESSION 2003

BACCALAUREAT TECHNOLOGIQUE

SCIENCES ET TECHNOLOGIES INDUSTRIELLES

GENIE DES MATÉRIAUX
GENIE MECANIQUE B, C, D, E

MATHEMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures **Coefficient : 4**

Séries STI

- **Génie mécanique options :**

  Systèmes Motorisés (B), Structures Métalliques (C),

  Bois et Matériaux Associés (D), Matériaux Souples (E),

- **Génie des Matériaux.**

Dès que le sujet vous est remis assurez vous qu'il est complet, que toutes les pages sont imprimées.

L'usage des calculatrices est autorisé pour cette épreuve.
Le candidat doit traiter les deux exercices et le problème.
Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

Le formulaire officiel de mathématiques est distribué en même temps que le sujet.
Le sujet nécessite UNE feuille de papier millimétré.

Ce sujet comporte 3 pages (y compris celle-ci).

Exercice I : (4 points)

1) a) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 + 2z + 2 = 0$.

b) Résoudre dans $\mathbb{C} - \{1\}$ l'équation : $\dfrac{z+1}{z-1} = 2 - \mathrm{i}$. On écrira la solution sous forme algébrique.

2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$, on donne les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -1 + \mathrm{i}$, $z_B = -1 - \mathrm{i}$ et $z_C = 2 + \mathrm{i}$.

a) Représenter les points A, B et C dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$.

b) Quelle est la nature du triangle ABC ? Le justifier.

c) En déduire l'affixe du point Ω centre du cercle circonscrit au triangle ABC et le rayon r de ce cercle.

Exercice II : (5 points)

Soit l'équation différentielle : $4y'' + \pi^2 y = 0$.

1) Résoudre cette équation différentielle.

2) Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Déterminer la fonction g solution de cette équation différentielle qui satisfait aux conditions suivantes :

- la courbe représentative de g passe par le point N de coordonnées $\left(\dfrac{1}{2} ; \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$,
- la tangente à cette courbe en N est parallèle à l'axe des abscisses.

3) Vérifier que pour tout nombre réel x, $\quad g(x) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos\left(\dfrac{\pi}{2}x - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

4) Résoudre sur l'intervalle $[-2 ; 2\,]$ l'équation $g(x) = -\dfrac{1}{2}$.

Problème : (11 points)

Soit f la fonction numérique définie, pour tout nombre réel x, par $f(x) = \mathrm{e}^{2x} + x$.

Soit C la représentation graphique de f dans un repère orthogonal $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. (Unités graphiques 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées).

1) Étude du comportement de f en $-\infty$:

a) Déterminer la limite de f en $-\infty$.

b) Montrer que C admet pour asymptote la droite Δ d'équation : $y = x$.

c) Étudier les positions relatives de Δ et de C.

2) Étude du comportement de f en $+\infty$:
Déterminer la limite de f en $+\infty$.

3) Étude des variations de f :

a) Déterminer la fonction dérivée f' de f.

b) Établir le tableau de variation de f.

4) Déterminer une équation de la tangente T à C au point d'abscisse 1.
Vérifier que le point A $(1\,; \mathrm{e}^2 + 1)$ appartient à T.

5) Dans le repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ tracer Δ, T et C.

6) a) Justifier que l'équation $f(x) = 0$ a une solution α et une seule sur $[-1\,; 0]$.

b) Donner un encadrement de α à 10^{-2} près. Justifier le résultat.

7) Soit la partie D du plan limitée par la courbe C, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = \alpha$ et $x = 1$.

a) Hachurer la partie D.

b) Calculer, en unités d'aire et en fonction de α, la valeur exacte de l'aire $A(\alpha)$ de la partie D.

c) Vérifier, en utilisant l'égalité $f(\alpha) = 0$, que $A(\alpha) = \dfrac{1}{2}(\mathrm{e}^2 - \alpha^2 + \alpha + 1)$.

d) Déterminer, au mm^2 près, une valeur approchée de $A(\alpha)$ en prenant $-0,43$ comme valeur approchée de α.